

# Calcul stochastique

**Titulaire**

Griselda DEELSTRA (Coordonnateur)

**Mnémonique du cours**

STAT-F415

**Crédits ECTS**

5 crédits

**Langue(s) d'enseignement**

Français

**Période du cours**

Deuxième quadrimestre

**Campus**

Plaine

## Contenu du cours

Nous débuterons par la définition succincte du mouvement brownien et la démonstration de la non-différentiabilité des trajectoires browniennes.

Nous traiterons ensuite les intégrales stochastiques par rapport à un mouvement brownien. Nous construirons l'intégral d'Itô pour des processus élémentaires et des processus carré-intégrables en utilisant l'isométrie d'Itô. Après avoir étudié le processus de l'intégrale d'Itô comme martingale, nous la généralisons en utilisant des temps d'arrêt.

Nous discuterons ensuite la propriété de martingale locale.

Nous nous concentrerons sur le lemme d'Itô, qui est la « règle de chaîne » pour des processus stochastiques.

Nous étudierons également des équations différentielles stochastiques, et en particulier l'existence et l'unicité d'une solution.

Après nous nous tournerons vers d'autres outils importants : le lemme de Feynman-Kac qui donne le lien entre une représentation comme espérance conditionnelle et des équations aux dérivées partielles et le théorème de Girsanov (avec condition de Novikov) qui est important dans le cadre des changements de probabilités.

Quelques applications en finance stochastique seront discutées.

## Objectifs (et/ou acquis d'apprentissages spécifiques)

À l'issue de cette unité d'enseignement, l'étudiant sera capable de comprendre et d'utiliser les concepts de base de la théorie de calcul stochastique. Le cours a pour objet principal d'introduire des concepts liés au mouvement Brownien, à l'intégration stochastique, aux équations différentielles stochastiques, en lien avec des équations à dérivés partielles et au changement de

probabilité. Il s'agira plus particulièrement de dériver le lemme d'Itô, le théorème de Girsanov et le lemme de Feynman-Kac.

## Pré-requis et co-requis

### Connaissances et compétences pré-requis

Théorie des probabilités, théorie des martingales et processus stochastiques en général.

## Méthodes d'enseignement et activités d'apprentissages

Cours magistral.

Il y aura quelques exercices et exemples.

### Contribution au profil d'enseignement

S'approprier les concepts fondamentaux en probabilités et en statistique, théoriques ou appliquées. - Acquérir des notions avancées dans certains domaines des probabilités ou de la statistique. - Développer un esprit critique vis-à-vis de ce modèle ou de cette théorie. - Utiliser un langage clair et rigoureux. - Etre responsable de ses affirmations.

### Références, bibliographie et lectures recommandées

Steele J. Michael, 2001, " Stochastic Calculus and Financial Applications ", Springer-Verlag, Applications of Mathematics.

### Support(s) de cours

Université virtuelle

## Autres renseignements

### Lieu(x) d'enseignement

Plaine

### Contact(s)

Griselda Deelstra (9.NO.110)

## Méthode(s) d'évaluation

Examen oral

### Méthode(s) d'évaluation (complément)

La méthode d'évaluation pourrait être adaptée en fonction de la situation sanitaire.

## Construction de la note (en ce compris, la pondération des notes partielles)

Toute la note est basée sur l'examen oral.

## Langue(s) d'évaluation principale(s)

Français

## Programmes

### Programmes proposant ce cours à la faculté des Sciences

MA-MATH | **Master en sciences mathématiques** | finalité Approfondie/bloc 1 et finalité Approfondie/bloc 2 **et** MA-STAT | **Master en statistique, orientation générale** | finalité Approfondie,/bloc 2

