

Calcul différentiel et intégral II

Titulaires

Antoine GLORIA (Coordonnateur) et Guillaume DUJARDIN

Mnémonique du cours

MATH-F201

Crédits ECTS

10 crédits

Langue(s) d'enseignement

Français

Période du cours

1e et 2e quadrimestre

Campus

Solbosch et Plaine

Contenu du cours

- Suites et séries de fonctions
 - Notions de convergence de suites et séries de fonctions (simple, absolue, uniforme, normale)
 - Passage à la limite et propriétés de continuité et de dérivabilité
 - Séries de puissances
 - Série de Fourier associée à une fonction périodique (théorèmes de Dirichlet, de Bessel, de Parseval)
- Intégration des fonctions numériques sur un intervalle quelconque
 - Intégrales absolument convergentes, intégrales convergentes (critère d'Abel, fonctions de carré intégrable, inégalité de Cauchy-Schwarz)
 - Intégrales à paramètres
 - Application à la transformation de Fourier dans la classe de Schwartz (théorèmes d'inversion, de Plancherel)
- Équations différentielles
 - Généralités, notion de problème de Cauchy, réduction à l'ordre 1, formulation intégrale
 - Théorème de Cauchy-Lipschitz local
 - Solutions maximales et théorème de Cauchy-Lipschitz global
 - Équations et systèmes différentiels linéaires (lemme de Gronwall, formule de Duhamel, exponentielle de matrice dans le cas des coefficients constants)
- Fonctions d'une variable complexe
 - Notion de dérivabilité complexe, relations de Cauchy-Riemann
 - Fonctions holomorphes, théorème de Cauchy local, puis dans un ouvert convexe et théorème de représentation comme somme d'une série de puissances

- Applications : principe des zéros isolés, classification des singularités isolées, théorème de Liouville, théorème fondamental de l'algèbre, estimations de Cauchy
- Notion d'homotopie entre chemins fermés, théorème de Cauchy global
- Théorème des résidus

Objectifs (et/ou acquis d'apprentissages spécifiques)

Ce cours constitue la deuxième partie de la formation en Calcul Différentiel et Intégral, qui introduit les concepts fondamentaux de l'analyse mathématique nécessaires à la physique.

Les quatre concepts les plus importants de ce cours que l'étudiant.e aura assimilé sont

- différentes notions de convergence dans des espaces de fonctions de dimension infinie
- une notion d'intégrale généralisée (sur un intervalle qui n'est pas nécessairement fermé-borné)
- les équations différentielles, ce qu'elles modélisent et leur structure
- la dérivabilité des fonctions d'une variable complexe

Les applications vues en cours sont nombreuses et l'on retrouvera à plusieurs reprises l'analyse en fréquences via les séries de Fourier et la transformation de Fourier.

Pré-requis et co-requis

Cours pré-requis

MATH-F101 | Calcul différentiel et intégral I | 15 crédits

Cours ayant celui-ci comme pré-requis

MATH-F3001 | Théorie de la mesure | 5 crédits, MATH-F314 | Mathématiques pour la physique | 10 crédits et MATH-F3142 | Introduction aux équations aux dérivées partielles | 5 crédits

Cours ayant celui-ci comme co-requis

MATH-F310 | Differential geometry I | 5 crédits

Méthodes d'enseignement et activités d'apprentissages

Méthode d'enseignement : présentiel au tableau, à défaut à distance via MS Teams .

L'enseignement se compose de cours magistraux, de séances d'exercice et de travaux personnels.

Contribution au profil d'enseignement

- > Maîtriser de façon approfondie les fondements théoriques et conceptuels dans le domaine des sciences mathématiques.
- > Mobiliser les connaissances acquises pour résoudre des problèmes relevant des sciences mathématiques et de leurs applications.
- > Être capable, seul ou en groupe, de contribuer de façon efficace à la réalisation d'un projet de complexité moyenne relevant des sciences mathématiques et de leurs applications.
- > Développer les attitudes définissant la posture d'un scientifique, en relation avec les sciences mathématiques.

Références, bibliographie et lectures recommandées

Syllabus du cours [<http://chercheurs.lille.inria.fr/~gdujardi/ULB/syllabusCDI2.pdf>] (qui comporte des références bibliographiques externes).

Support(s) de cours

Syllabus et Université virtuelle

Autres renseignements

Lieu(x) d'enseignement

Plaine et Solbosch

Contact(s)

Guillaume Dujardin (guillaume.dujardin@inria.fr) et Antoine Gloria (agloria@ulb.ac.be)

Campus Plaine, Bâtiment NO, 7eme étage

Méthode(s) d'évaluation

Autre

Méthode(s) d'évaluation (complément)

Examens écrits de théorie et exercices et travaux personnels.

- > 2 partiels (un par quadrimestre)
- > 2 travaux personnels (un par quadrimestre)

Construction de la note (en ce compris, la pondération des notes partielles)

La note finale est une note sur 20 obtenue en faisant la moyenne arithmétique des notes aux examens des deux quadrimestres avec compensation, augmentée d'un bonus entre 0 et 2 points (ie. la moyenne des travaux personnels divisée par 10) en première session uniquement.

Langue(s) d'évaluation principale(s)

Français

Programmes

Programmes proposant ce cours à la faculté des Sciences

BA-MATH | Bachelier en sciences mathématiques | bloc 2 et BA-PHYS | Bachelier en sciences physiques | bloc 2