Optimisation

Titulaire
Ignace LORIS (Coordonnateur)

Mnémonique du cours
MATH-F306

Crédits ECTS
5 crédits

Langue(s) d'enseignement
Français

Période du cours
Deuxième quadrimestre

Campus
Plaine

Contenu du cours

0) Notions préliminaires (infimum, supremum, l'inégalité sup-inf, les problèmes d'optimisation, ...)

1) Introduction à la géométrie convexe (ensembles convexes, projection, séparation, cônes, ...)

2) La programmation linéaire (définition, exemples, forme standard, points extrêmes et solutions de base, l'algorithme du simplexe, dualité, écarts complémentaires, sensitivité, applications: le transport optimal, théorème du minimax, théorème du flot-max/coupe-min, ...)

3) Introduction à l'analyse convexe (fonctions convexes, épigraph, caractérisations, propriétés, le sous-différentiel, ...)

4) La transformation de Fenchel (motivation, définition, exemples, propriétés, la dualité Fenchel, ...)

5) La programmation non linéaire (problèmes sans contraintes, problèmes avec contraintes, les conditions de Karush-Kuhn-Tucker, conditions du second ordre, application à la commande optimale, ...)

6) La dualité Lagrangienne (le Lagrangien, le problème dual, les conditions de Slater, les points de selle, interprétation des multiplicateurs de Lagrange, application: le meilleur hyperplan séparant deux ensembles de points,...)

Objectifs (et/ou acquis d'apprentissages spécifiques)

A l'issue de cette unite# d'enseignement, un e#tudiant sera capable de

1) comprendre et d'utiliser les propriétés des ensembles et des fonctions convexes

2) modeliser des problèmes en termes de programmes linéaires

3) résoudre des programmes linéaires simples à l'aide de l'algorithme du simplexe

4) comprendre et de calculer des transformées de Fenchel

5) transformer certains problèmes convexes en version duale

6) formuler les conditions KKT de problèmes non linéaires

7) écrire le Lagrangien et le problème dual correspondant à un problème avec contraintes

8) identifier certains problèmes dans d'autre disciplines comme problème d'optimisation

Pré-requis et co-requis

Cours pré-requis

MATH-F101 | Calcul différentiel et intégral I | 15 crédits et MATH-F102 | Algèbre linéaire et géométrie | 15 crédits

Connaissances et compétences pré-requises

cours d'analyse (continuité, différentiabilité, fonctions à plusieurs variables, gradient, ensembles ouverts/fermés/compacts...) et d'algèbre linéaire (espaces vectoriels, matrices, produits scalaires, ...)

Méthodes d'enseignement et activités d'apprentissages

Cours ex-cathedra et exercices dirigés

Contribution au profil d'enseignement

1. Acquérir et exploiter un savoir

1.1. S'approprier les concepts fondamentaux en mathématique.

1.2. Assimiler les notions de base en algèbre, analyse, géométrie.

1.3. Analyser, synthétiser et relier les connaissances et les différentes branches des mathématiques.

1.4. Maîtriser les principes du raisonnement logique et être capable de fonder sur ceux-ci une argumentation sans faille.

1.6. Identifier un cadre mathématique sous-jacent à un problème donné.

1.7. Se familiariser à diverses méthodes de modélisation.

2. Comprendre les spécificités de la démarche scientifique et la pratiquer

2.1. Comprendre des critères de rigueur, une argumentation, des techniques de démonstration.

2.4. Comprendre un processus d'études de données et de modélisation.

2.5. Comprendre le rôle parfois simplificateur du processus de généralisation d'une théorie.

2.6. Comprendre l'intérêt de l'unification de théories existantes.

2.7. Identifier des questions qui se posent au sein d'une théorie.

2.8. Explorer les conséquences d'un résultat mathématique.

3. Communiquer

3.3. Utiliser un langage clair et rigoureux, adapté au public-cible.

4. Ethique et relation avec la société

4.3. Apprendre à pratiquer l'autocritique relativement à la validité d'un argument.

Références, bibliographie et lectures recommandées

R. Tyrrell Rockafellar. Convex Analysis. Princeton University Press, 1970.

J. B. Hiriart-Urruty and C. Lemarechal. Convex analysis and minimization algorithms. Springer, 1993.

Stephen Boyd and Lieven Vandenberghe. Convex Optimization. Cambridge University Press, 2004.

Dimitri P. Bertsekas. Convex Optimization Theory. Athena Scientific, 2009.

Jorge Nocedal and Stephen J. Wright. Numerical Optimization. Springer, 2 edition, 2006.

Amir Beck. Introduction to nonlinear optimization. SIAM, 2014.

Support(s) de cours

Syllabus et Université virtuelle

Autres renseignements

Lieu(x) d'enseignement

Plaine

Contact(s)

mail (Ignace.Loris@ulb.be), rdv Teams ou en personne au bureau du titulaire (campus Plaine, bâtiment NO, local 2.07.107)

Méthode(s) d'évaluation

Examen écrit et Examen oral

Méthode(s) d'évaluation (complément)

examen écrit sur les exercices et examen oral sur la théorie.

Construction de la note (en ce compris, la pondération des notes partielles)

Examen oral (théorie, typiquement 20-30 minutes par étudiant).

Examen écrit (exercices).

Pondération: théorie (50%), exercices (50%).

Langue(s) d'évaluation principale(s)

Français

Programmes

Programmes proposant ce cours à la faculté des Sciences

BA-MATH | Bachelier en sciences mathématiques | bloc 3