

Topics in the analysis of partial differential equations

Titulaires

Denis BONHEURE (Coordonnateur) et Mitia Duerinckx

Mnémonique du cours

MATH-F433

Crédits ECTS

5 crédits

Langue(s) d'enseignement

Français

Période du cours

Deuxième quadrimestre

Campus

Plaine

Contenu du cours

À la croisée des chemins entre analyse d'équations aux dérivées partielles et probabilités, le cours se concentrera cette année sur la théorie de l'homogénéisation stochastique.

I Théorie qualitative

- 1 Développements formels à deux échelles
- 2 Calcul différentiel stationnaire
- 3 Existence des correcteurs
- 4 Théorème d'homogénéisation
- 5 Résultat de correcteur

II Théorie quantitative des oscillations

- 1 Calcul de Malliavin
- 2 Théorie de régularité L^p en moyenne: version perturbative
- 3 Estimation des correcteurs
- 4 Résultat de correcteur quantitatif

III Théorie quantitative des fluctuations

- 1 Description ponctuelle des fluctuations
- 2 Limite d'échelle

IV Théorie de régularité à grande échelle

- 1 Estimation moyennée de la fonction de Green
- 2 Théorie de Schauder à grande échelle
- 3 Régularité L^p à grande échelle

Objectifs (et/ou acquis d'apprentissages spécifiques)

La théorie de l'homogénéisation vise à décrire le comportement à grande échelle des solutions d'équations aux dérivées partielles (EDP) à coefficients hétérogènes. On s'attend typiquement à ce que les hétérogénéités des coefficients se moyennent en quelque

sorte à grande échelle et à ce que les solutions hétérogènes puissent être approchées par les solutions de problèmes effectifs "homogénéisés". Ceci peut être vu comme une loi des grands nombres pour les EDP hétérogènes, et il s'agit également d'en caractériser les déviations. La motivation principale provient de l'étude mathématique des propriétés des matériaux composites.

Du point de vue mathématique, ces questions donnent lieu à un subtil mélange d'analyse des EDP et de probabilités: il s'agit d'étudier comment les propriétés statistiques des coefficients d'une équation se transmettent à l'opérateur solution. La question est non triviale comme l'opérateur solution dépend des coefficients de façon non linéaire et non locale.

Dans ce cours, après une introduction à la théorie qualitative de l'homogénéisation stochastique, nous nous concentrerons sur la théorie quantitative optimale qui a été développée au cours de la dernière décennie dans le cadre modèle d'équations elliptiques linéaires à coefficients hétérogènes. L'objectif sera de donner une présentation générale des idées fondamentales de cette nouvelle théorie et de fournir des preuves autonomes des résultats optimaux dans le cadre probabiliste le plus simple. Nous nous appesantirons en particulier sur le rôle central de la théorie de régularité elliptique à grande échelle, qui formalise comment des EDP hétérogènes peuvent hériter à grande échelle des propriétés de régularité bien meilleures de leurs versions homogénéisées.

Pré-requis et co-requis

Cours co-requis

MATH-F411 | Analyse fonctionnelle | 5 crédits et MATH-F412 | Méthodes variationnelles et équations aux dérivées partielles | 5 crédits

Méthodes d'enseignement et activités d'apprentissages

Cours magistral

Autres renseignements

Lieu(x) d'enseignement

Plaine

Contact(s)

Mitia Duerinckx <mitia.duerinckx@ulb.be>

Programmes

Programmes proposant ce cours à la faculté des Sciences

MA-MATH | **Master en sciences mathématiques** | finalité
Approfondie/bloc 1 et finalité Approfondie/bloc 2

